**Đề 1**

**Bài 1**: *(4,0 điểm).*Cho biểu thức:



a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của x để P = 1

**Bài 2**: *(5,0 điểm).*

a) Giải phương trình: 

b) Tìm nghiệm nguyên của hệ: 

**Bài 3**: *(2,0 điểm).*

Cho 3 số dương x,y,z thoả mãn điều kiện: *xy + yz + zx = 1*

Tính: T = 

**Bài 4**: *(3,0 điểm).*Cho hai dãy số cùng chiều : a1 ≤ a2 ≤ a3 *;* b1 ≤ b2 ≤ b3

Chứng minh rằng : (a1+ a2 +a3)(b1 + b2 + b3 ) ≤ 3(a1b1 +a2b2+a3b3)

Áp dụng chứng minh rằng : với  thì 

**Bài 5**: *(6,0 điểm).*

1. Cho hai đường tròn (o1) và (o2) cắt nhau tại A và B. Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc với (o1) và (o2) tại C và D. Qua A kẻ đường thẳng song song với CD lần lượt cắt (o1) và (o2) tại M và N. Các đường thẳng BC và BD lần lượt cắt đường thẳng MN tại P và Q . Các đường thẳng CM và DN cắt nhau tại E . Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng AE vuông góc với đường thẳng CD

b) Tam giác EPQ là tam giác cân.

2. Cho hình thang ABCD (AB//CD, AB>CD). Hãy xác định điểm E thuộc cạnh bên BC sao cho đoạn thẳng AE chia hình thang thành hai hình có diện tích bằng nhau

HƯỚNG DẴN GIẢI

1. đk 

Ta có: 

= == . Vậy P = 

Ta thấy P = 1 . Vậy với x = 25 thì P = 1

2. a. ĐK: x  -1 và PT <=> 

<=> . Giải Pt x = 8 (t/m x  -1). KL: x = 8

b. Hệ ⇔

Đặt ⇒*x, y* là nghiệm của phương trình: *t2 - ut + v = 0 (a)*

Phương trình có nghiệm ⇔ *u2 – 4v ≥ 0* (\*)

Ta có hệ:  . Thế *(1)* vào *(2) ⇒ v = 8 – z(5 - z) = z2 –5z + 8*

Hệ có nghiệm ⇔ *(a)* có nghiệm ⇔ (\*) xảy ra

⇒ *(5-z)2 – 4(z2 – 5z + 8) ≥ 0 ⇔ - 3z2 + 10z – 7 ≥ 0*

*⇔ (z-1)(-3z+7) ≥ 0* 

Từ (3) và do *z* nguyên ⇒ z = 1; 2 +) +)

Vậy hệ có 3 nghiệm nguyên là: (2; 2; 1); (1; 2; 2); (2; 1; 2)

3. Ta có *1+x2 = xy + yz + zx + x2 = y(x+z)+x(x+z)*

*=(x+z)(z+y)*

Tương tự ta có: *1+y2 =(y+x)(y+z)*

*1+z2 =(z+x)(z+y)*

T==

*=x(y+z)+y(x+z)+z(x+y) =2(xy+yz+zx)=2.* Vậy T= 2

4. Do a1  a2  a3  a1 - a2  0; a1 - a3  0; a2 - a3  0

và b1  b2  b3  b1 - b2  0; b1 - b3  0; b2 - b3  0

 (a1 - a2)(b1 - b2) + (a1 - a3)(b1 - b3) + (a2 - a3)(b2 - b3) 0

 2(a1b1+ a2b2 + a3b3)- a1b2 - a2 b1 - a1 b3 - a3b1 - a2b3 - a3b2  0

a1b1+a2b2+a3b3+a1b2+a2b1+a1b3+a3b1+ a2b3+a3b23(a1b1+a2b2+ a3b3)

 a1(b1+ b2+b3)+ a2(b1+ b2+b3)+ a3(b1+ b2+b3)3(a1b1+a2b2+ a3b3)

( a1 + a2 + a3 )( b1+ b2+b3) 3(a1b1+a2b2+ a3b3)

Đặt a1 = a2005 ; a2 = b2005 ; a3 = c2005

b1 =  ; b2 = ; b3 =

Do 0  a  b c Nên ta có ; a1  a2  a3 và b1 b2 b3

áp dụng câu a ta có;

(a2005+b2005+c2005)3 

5.1) Do MN // CD nên EDC = ENA

Mặt khác CDA= DNA ( Cùng chắn cung DA)

-> EDC= CDA hay DC là phân giác góc ADE.

Lâp luận tương tự -> CD cũng là phân giác góc ACE

-> A và E đối xứng nhau qua CD-> AE ⊥ CD

Do PQ song song với CD nên AE ⊥ PQ ( \*)

Gọi I là giao điểm của AB và CD . Ta có AID đồng dạng với  DIB

( Do chung BID và IAD = IDB (cùng chắn cung BD)).

->  = -> ID 2 = IA.IB. (1)

Lập luân tương tự -> IC2 = IA.IB (2)

A

D

F

C

E

B

Từ (1) và (2) -> IC = ID

Mà =  ( cùng bằng ) => AP = AQ

Kết hợp với (\*) -> EPQ cân tại E

2)

Biến đổi hình thang thành hình tam giác

cùng có diện tích ABF.

Từ D kẻ DF//AC , DF cắt đt BC tại F.

Chứng minh SABCD = SABF.

Lấy E là trung điểm cảu FB. Đoạn thẳng

AE chia tam giác ABF thành hai hình có

diện tích bằng nhau và AE cũng là đoạn thẳng

chia hình thang thành hai hình có diện tích bằng nhau

**Đề 2**

**Bài 1**: *(4,0 điểm).*Cho biểu thức :

a) Tìm x để P có nghĩa và chứng minh rằng P .

b) Tìm x thoả mãn : 

**Bài 2**: *(5,0 điểm).*

a) Giải phương trình :

b) Giải hệ phương trình :

x2y – 2x + 3y2 = 0

x2+ y2x + 2y = 0

**Bài 3**: *(3,0 điểm).*Cho  thỏa mãn : 

Hãy tính giá trị của biểu thức : M =  + (x8 – y8)(y9 + z9)(z10 – x10) .

**Bài 4**: *(6,0 điểm).*

1.Cho  với BC=a, CA=b, AB=c (c<a, c<b) . Gọi M và N lần lượt là tiếp điểm của cạnh AC và cạnh BC với đường tròn tâm O nội tiếp  . Đoạn thẳng MN cắt tia AO tại P và cắt tia BO tại Q .Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC .

a) Chứng minh rằng :  .

b) Chứng minh rằng : Q, E, F thẳng hàng .

2. Cho tứ giác ABCD . Lấy điểm M tùy ý trên cạnh AB xác định điểm N trên cạnh DC sao cho MN chia tứ giác ABCD thành hai phần có diện tích bằng nhau

**Bài 5**: *(2,0 điểm).*

Cho a,b,c >0 và a+b+c = 1. Chứng minh b+c ≥ 16abc.

HƯỚNG DẴN GIẢI

1. a) Điều kiện x>0 Ta có : 

P=  P-1= Vậy 

b)  43x + 6 -1 = 0

    (thoã mãn điều kiện x>0) .

(thỏa mãn)

(loại)

2. a. ĐK :   

    (thỏa mãn)

b. Giải hệ phương trình :

Nếu y=0  x=0 Vậy x=0, y=0 là nghiệm của hệ phương trình .

Với y0 hệ đã cho trở thành x2y – 2x + 3y2 = 0

x2y+ y3x + 2y2 = 0

(1)

  Nhận thấy  không thoả mãn hệ phương trình .

(2)

Xét  từ (1)  thay vào (2) ta có :

 . Vậy hệ có 3 nghiệm (0;0) (1;-1) (-2;) .

3. Từ :  =>=> 



Ta có : x8 – y8 = (x + y)(x-y)(x2+y2)(x4 + y4).=

y9 + z9 = (y + z)(y8 – y7z + y6z2 - .......... + z8)

z10- x10 = (z + x)(z4 – z3x + z2x2 – zx3 + x4)(z5 - x5)

Vậy M = + (x + y) (y + z) (z + x).A = 

4.

O

M

F

C

N

B

E

A

P

Q

1. Ta có : BOP là góc ngoài   BOP= OAB + OBA = (BAC + ABC)

Lại có : PNB=1800 – MNC =1800 - 

 BOP+PNP=1800  tứ giác BOPN nội tiếp

 OPM = OBC (cùng bù OPN )

Mặt khác : OMP = OCN  OPM OBC (g.g)

 (1)

T­ơng tự ta có :ONQ OCA (g.g)   ➀

AOB QOP (g.g)   ➁ Từ (1) , (2)  

b. Tứ giác AMQO nội tiếp (CM trên)

 AQO=AMO = 900 ABQ vuông tại Q có QE là trung tuyến

 EQB= EBQ=CBQ EQ//BC mà EF//BC  E, Q, F thẳng hàng .

5. Cho ba số thực  không âm sao cho .

Chứng minh: . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

Theo kết quả câu 3.1, ta có:



mà  (giả thiết)

nên:  (vì a, b, c không âm nên b + c không âm)

Nhưng:  (không âm)

Suy ra: .

Dấu đẳng thức xảy ra khi: 

**Đề 3**

**Bài 1**: *(4,0 điểm).*Cho biểu thức:

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P nguyên.

**Bài 2**: *(3,0 điểm).* Cho x > 0, y > 0 và x + y = 1. Chứng minh:

**Bài 4:** **(3 điểm)** a) Giải hệ phương trình





b) Giải phương trình : 

**Bài 4**: *(6,0 điểm).*

1) Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi (P), (Q) theo thứ tự là đường tròn nội tiếp hai tam giác AHB và AHC. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác BC) của (P) và (Q) cắt AB, AH, AC theo tự M, K, N. Chứng minh rằng.

a. ΔHPQ  ΔABC

b. KP // AB, KQ // AC.

c. Tứ giác BMNC nội tiếp được

2) Cho a, b, clà độ dài 3 cạnh của ΔABC. Gọi m, n, k là độ dài các đường phân giác trong của ba góc của ΔABC. Chứng minh rằng: + + > + +

**Bài 5**: *(2,0 điểm).*

Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

HƯỚNG DẴN GIẢI

1. Điều kiện để P có nghĩa: . Ta có: 



Theo câu a ta có: . Do đó để P ∈ Z thì ta cần ∈ Z ⇔ 

⇔ x = 1.Vậy với x = 1 thì P có giá trị nguyên.

2. Ta có: x4 + y4 = (x2 + y2)2 – 2x2y2

= [(x + y)2 – 2xy]2 – 2x2y2 = (1 – 2xy)2 – 2x2y2= 2x2y2 – 4xy + 1.



Vì x > 0 và y > 0 nên theo BĐT Côsi ta có:



. Dấu bằng xảy ra khi .

3. 1) ĐKXĐ: -   x 

Đặt a =  ; b =  ( a, b  0 ). Ta được hệ pt : 

Giải hệ pt ta được : a = 4 ; b = 1. Suy ra : x1 = 3 ; x2 = -3

2) Đk: (1):  (2)

Cộng (1) và (2) vế với vế ta được:

 Từ (3) và (2) ta có:  (\*) vô nghiệm  hệ vô nghiệm. Từ (4) và (2) ta có hệ có 1 nghiệm 

4. 1) a. AHB CHA mặt khác P và Q lần lượt là tâm đường tròn nội tiếpAHB và AHC

=>  (1) lại cóBAC = PHQ = 900 (2)

Từ (1) và (2) suy ra HPQ ABC

b. Theo câu a. ta có PQH = ACB (3)

PKQ = PHQ = 900 => tứ giác PKQH nội tiếp được => PKH = PQH (4)

Từ (3) và (4) => PKH = ACB

lại có BAH = ACB=> PKH = BAH => PK // AB chứng minh tương tự ta cũng có KQ //AC.

c. Ta cóACB = PKH = MKP = AMK

=> BMN + NCB = BMN + AMK = 1800 => tứ giác BMNC nội tiếp được

P

Q

H

B

M

C

N

A

K



2) Qua điểm C vẽ đường thẳng song song AD cắt AB tại M

A1 = M1, A2 = C2, Mà A1 = A2, (AD là tia phân giác của góc A )

Nên M1 = C1, ⇒ AM = AC. Xét ΔAMC : MC < AM + AC = 2AM

Xét ΔBMC ta có : AD // MC ⇒ = =

Nên AD = < ⇒ > ( + )

⇔ > ( + )

Tương tự : > ( + ) ; > ( + ). Vậy + + > + +

5. Gọi a, b, c là số đo 3 cạnh của tam giác vuông cần tìm. Giả sử 1.

Ta có hệ phương trình :  

Từ (1)  c2 = (a + b)2 − 2ab c2 = (a + b)2 − 4(a + b + c) (theo (2))

(a + b)2 − 4(a + b) = c2 + 4c(a + b)2 − 4(a + b) + 4 = c2 + 4c + 4.

(a + b − 2)2  = (c + 2)2 a + b − 2 = c + 2 (do a + b 2)c = a + b − 4.

Thay vào (2) ta được: ab = 2(a + b + a + b − 4)

ab −4a−4b + 8 = 0 b(a −4) −4(a−4) = 8 (a −4)(b−4) = 8

Phân tích 8 = 1.8 = 2.4 nên ta có:



Từ đó ta có 2 tam giác vuông có các cạnh (5 ; 12 ; 13) và (6 ; 8 ; 10) thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

**Đề 4**

**Bài 1**: *(4,0 điểm).*Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức .
2. Tìm các giá trị nguyên của  để biểu thức  nhận giá trị nguyên.d

**Bài 2**: *(3,0 điểm).*

a) Giải hệ phương trình:



b) Cho x3 + y3 + 3(x2 +y2) +4(x + y) + 4 = 0 và xy > 0 .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :  .

**Bài 3**: *(5,0 điểm).*Giải các phương trình.

a)  +

b) 

**Bài 4**: *(6,0 điểm).*

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O. Tia phân giác trong góc A cắt (O) tại D. Một đường tròn (L) thay đổi nhưng luôn đi qua A, D cắt AB, AC tại điểm thứ hai lần lượt tại M, N.

a) CMR: BM = CN

b) Tìm quỹ tích trung điểm K của MN

c) Tìm vị trí của (L) sao cho MN ngắn nhất.

**Bài 5**: *(2,0 điểm).*Cho tứ giác ABCD, gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Kí hiệu 

a. Chứng Minh: 

b. Khi tứ giác ABCD là hình thang thì hệ thức trên xảy ra như thế nào?

HƯỚNG DẴN GIẢI

1. Ta có: , nên điều kiện để A có nghĩa là 

. 

.  ()



Với  là số nguyên không âm, để A là số nguyên thì  (vì  và ). Khi đó: 

2.a) (1)

Giải hệ (1) ta được: 

Giải các hệ phương trình tích, tổng:  và  ta có các nghiệm của hệ phương trình đã cho là: 

b) Ta có : x3 + y3 + 3(x2 +y2) +4(x + y) + 4 = 0

x3 + 3x2 + 3x +1 + y3 + 3y2  + 3y + 1 + x + y + 2 = 0(x + 1)3 + (y + 1)3 + (x + y + 2) = 0

(x + y + 2)[(x + 1)2 – (x + 1)(y + 1) + (y + 1)2 + 1] = 0 (\*)



Nên (\*) x + y + 2 = 0  x + y = - 2

 vì  .Vậy MaxM = -2 x = y = -1 .

3. a) x2 + 4x + 3 = ( x + 1)( x+ 3)

x2 + 8x + 15 = ( x +3)(x+5)

x2 + 12x + 35 = ( x +5)( x + 7)

x2 + 16x + 63 = ( x + 7)( x + 9)

⇒ ĐKXĐ : x ≠ -1; x ≠ -3; x ≠ -5; x ≠ -7; x ≠ -9

pt ⇔ 

⇔ ⇔ 

⇒ 5( x + 9 - x -1) = 2( x+1)( x+9)⇔ 2x2 + 20x + 18 - 40 = 0⇔ x2 + 10x - 11 = 0

Phương trình có dạng a + b + c = 0 ⇒ x1 = 1; x2 = -11 x1; x2 thỏa mãn ĐKXĐ.

Vậy tập nghiệm của phương trình là : S = 

b) ĐKXĐ: x ≥ -2. ( 0,5 điểm)

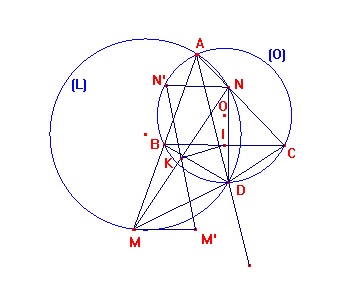
Pt ⇔ <=>|  + |  -3| = 1

1. | + | 3 - | = 1

áp dụng BĐT |A|+ |B| ≥| A + B| ta có : | + | 3 - | ≥ 1

Dấu "=" xảy ra khi : ()( 3 - ) ≥ 0 ⇔ 2 ≤ ≤ 3 ⇔ 2≤ x ≤ 7

Vậy tập nghiệm của phương trình là : S = 

4.a) Xét ΔBMD và ΔCND:

+. BD=CD (vì AD là phân giác góc A) +.  sđ cung AD

A1+D1­=sđ cung AB +sđ cung BD =sđ cung AD

=. Trong (L), vì A1 = A2  DM = DN

 BMD = CND BM = CN.

b). Gọi I là trung điểm BC  I cố định

Vẽ hình bình hành: IBMM’, ICNN’ MM’NN’ là hình bình hành.

 K là trung điểm M’N’

Vì IM’ = BM = CN = IN’  IM’=IN’ IK là phân giác của M’IN’

Do   IM’, IN’ cố định. Vậy: Quỹ tích K là đ­ờng phân giác M’IN’

c) DMN cântại D có MDN = 1800 -BAC = Const

MN ngắn nhất DM nhỏ nhấtDMAB khi AD là đ­ờng kính của (L).

5. a. Gọi S1= SAIB ; S2 = S CID ; S3 = S BIC ; S 4 = S AID

Kẻ 

Ta có: và  

Từ (1) và (2) suy ra: 

Ta có: S ABCD = S1 + S2 + S3 + S4

Từ (3) và (4) ta suy ra: 

(đpcm)

b. Khi tứ giác ABCD là hình thang ta xét:

\* Nếu AB // CD ta có: S ACD = S BCD suy ra: S 3 = S 4 

\* Nếu BC // AD ta có: S ABC = S CAD Suy ra: S 1 = S 2 

Dấu bằng sảy ra khi: S1 = S 2 = S 3 = S 4 =  ABCD là hình bình hành

**Đề 5**

**Bài 1**: *(5,0 điểm).*

Cho phương trình :  .

a) Tìm điều kiện của x để phương trình có nghĩa .

b) Giải phương trình .

**Bài 2**: *(3,0 điểm).* a)Giải hệ phương trình:



b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

y2 =-2(x6-x3y-32)

**Bài 3**: *(5,0 điểm).*

a) Cho x, y >0 và . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: d

b) Cho các số dương a,b,c thay đổi và thoả mãn : a+b+c=4.

CMR: .

**Bài 4**: *(6,0 điểm).*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O); H là trực tâm tam giác; M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a) Tìm vị trí của M để tứ giác BHCM là hình bình hành.

b) Gọi E, F lần lượt là 2 điểm đối xứng của M qua AB và AC. Chứng minh rằng E,H,F thẳng hàng.

**Bài 5**: *(2,0 điểm).*Cho tam giác ABC các đường cao: AA1, BB1, CC1 dòng qui tại H.

Chứng minh rằng:  . Dấu "=" xẩy ra khi nào?

HƯỚNG DẴN GIẢI

1. a) điều kiện : 



Đặt  = a ;  = b ( a ; b  0) .

Vì ab + 4 > 0 nên :



2. Ta có: 

Sảy ra các trườngg hợp:

Trường hợp a:  hoặc

Trường hợp b: hệ vô nghiệm

Vậy nghiệm của hệ là:

b) y2=-2(x6-x3y-32)

Vì x. Vậy x chỉ có thể nhận các giá trị 0; 1; 2

Suy ra cặp nghiệm nghuyên cần tìm là: (0; 8), (0;-8), (2;8), (-2;-8)

3.a.Vi ; Ta có:  (Bdt Cô si) 



Áp dụng BÐT (\*) v i a =  ; b = 2xy ; ta có:

 (1)

Mặt khác :  (2)





[Vì x, y >0 và ] khi 

b.\*Do a,b,c >0 và từ gt ta có :  (1)

\*Hoàn toàn t­ương tự ta cũng có:  (2) (3)

\*Cộng vế với vế của (1),(2) và (3) ta có:



Hay ⇒ đpcm

4

a. Lấy trên cung  điểm M sao cho AM là đường kính của đường tròn (O) ta chứng minh tứ giác

BACM là hình bình hành

Gọi I là trung điểm của BC, ta có  theo (gt) // (1)

Gọi  ta CBC' = 1v (góc nội tiếp chắn cung nửa đường tròn (O))  AH // BC'

Tương tự ta có: AC' // HB  AC'BH là hình bình hành

 AH = BC'; mà BC' = 2 IO (do IO là đường trung bình của CBC')⇒ OI = 1/2 AH (2)

Từ (1) (2) ⇒ H, I, M thẳng hàng, tứ giác BHCM có 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên nó là hình bình hành. Vậy điểm M cần tìm chính là giao của AO với (O)

b. Do E đối xứng của M qua AB ta có: AEB = AMB (1)

Tứ giác ABMC nội tiếp đường tròn (O) Nên AMB = ACB (2)(cùng chắn cung AB)

H là trực tâm nên các tứ giác AC'HB'; BC'HA'; CA'HB' nội tiếp được

Ta có AHB = A'HB' (đối đỉnh) ⇒ AHB + ACB = A'HB' + ACB = 1800 (3)

Từ (1) (2) (3) ⇒ AEB = EAB + MAB (do M, E đối xứng qua AB)

Tương tự ta chứng minh CHF = CAM

Tc:EHF = EHB + BHC + CHF = (MAB + CAM) + BHC

= CAB + BHC = CAB + C'HB' = 1800 ⇒ E, H, F thẳng hàng

5. Do tam giác ABC nhọn, nên H nằm trong tam giác.

\* S = SΔABC; S1 = SHBC; S2 = SHAC; S3 = SHAB.

Ta cã:.T2:,

Suy ra:  

Theo bÊt ®¼ng thøc C«sy: 

Dấu "=" xảy ra khi tam giác ABC đều



**Đề 6**

**Bài 1**: *(4,0 điểm).*Cho biểu thức: A = 

a.Rút gọn biểu thức A.

b.Tính giá trị biểu thức A khi .

**Bài 2**: *(4,0 điểm).*a) Giải hệ phương trình:

b) Giải phương trình: + = x2 - 10x + 27

**Bài 3**: *(4,0 điểm).*

a) Cho x, y, z là các số dương thoả mãn xyz =1.

Tìm GTNN của biểu thức: E = .

b) Giải phương trình nghiệm nguyên:

**Bài 4**: *(6,0 điểm).*

Cho hình vuông ABCD. Điểm M thuộc cạnh AB ( M khác A và B ). Tia CM cắt tia DA tại N. Vẽ tia Cx vuông góc với CM và cắt tia AB tại E. Gọi H là trung điểm của đoạn NE.

1/ Chứng minh tứ giác BCEH nội tiếp được trong đường tròn.

2/ Tìm vị trí của điểm M để diện tích tứ giác NACE gấp ba diện tích hình vuông ABCD.

3/ Chứng minh rằng khi M di chuyển trên cạnh AB thì tỉ số bán kính cácđường tròn nội tiếp tam giác NAC và tam giác HBC không đổi.

**Bài 5**: *(2,0 điểm).*

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC , các tiếp điểm tại D, E, F . Chứng minh rằng tích các khoảng cách hạ từ một điểm M bất kỳ trên đường tròn xuống các cạnh của tam giác ABC bằng tích các khoảng cách từ M đến các cạnh của tam giác DEF

HƯỚNG DẴN GIẢI

1. Điều kiện: . A =  ****  

2. a) Giải hệ phương trình:. Từ (1) ta có PT (2) có dạng :=



 + Với y=0 thay vào (1) ta đ­ợc x2=1x 1

+ Với x=0, y=0 thay vào (1) không thỏa mãn  x=0, y=0 loại

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm (x,y) là (1,0) và (-1,0)

b) + = x2 - 10x + 27. Đk : 4 ≤ x ≤ 6. Áp dụng BĐT Cosi cho 2số không âm , ta được :

+ = + ≤ + = 2

Dấu “ = ” xảy ra ⇔ 

Mặt khác : x2 - 10x + 27 = ( x2 - 10x + 25 ) + 2 = ( x - 5 )2 + 2 ≥ 2

Dấu “ = ” xảy ra ⇔ x - 5 = 0 ⇔ x = 5. Do đó : + = x2 - 10x + 27 ⇔ x = 5

3. a) Đặt a = , b = , c = ⇒ abc =  = 1⇒ x + y = c(a + b)

y + z = a(b + c) và x + z = b(c + a)

⇒ E =  +  +. Dễ dàng chứng minh đ­ợc  +  + ≥ 

Nhân hai vế với a + b + c > 0 ⇒  +  + ≥ (a+b+c)

⇒  +  +≥ ≥  = ⇒ E ≥ 

Dấu "=" xảy ra ⇔ a = b = c = 1. Vậy min E =  khi a = b = c = 1

b) ĐK: Pt 

do 

suy ra hoặc cả 3 số x, y, z cùng dương, hoặc trong 3 số này có hai số âm, một số dương. Ngoài ra nếu (x,y,z) là một nghiệm thì (-x,-y,z) ; (-x,y,-z) và (x,-y,-z) cũng là nghiệm. Do vậy chỉ cần xét nghiệm (x,y,z ) với x, y, z là các số nguyên dương. Không mất tính tổng quát ta giả sử : x ≥ y ≥ z ≥ 1



 mà . Với z = 1 phương trình trở thành: 

Ta có:  từ đó:  mà . Vậy (x,y,z) = (1,1,1)

Từ nhận xét trên suy ra phương trình có các nghiệm nguyên là (1,1,1) ; (1,-1,-1) ; (-1,-1,1) ; (-1,1,-1) .

4. a) Do NAE = NCE = 1v (gt) nên tg NACE nội tiếp trong đường tròn🡪CNE =CAE = 450

=> 🛆NCE vuông cân tại C . Mặt khác do CH là trung tuyến nên CH là đường cao 🡺 CHE = 1 v

=> CBE = CHE = 1v => HBCE là tứ giác nội tiếp đư­ợc trong đường tròn.

b) Không mất tính tổng quát ta gọi cạnh hình vuông là 1 thì diện tích hình vuông là 1 .

Đặt AN = x ( x > 0) 🡺 DN =1 + x . Trong tam giác vuông NDC có

CN2 = CD2 + DN2 = 1 + (1 +x)2 = x2 +2x + 2 .

Khi đó : SNACE  = SNAC + SNCE = = 

Từ SNACE  = 3 S ABCD  🡺 => x = 1 , x = - 4 ( loại ) .

Vậy AN = 1 . Mà theo định lý Ta lét ta có : 

=> AM = MB hay M là trung điểm của AB .

c) Trư­ớc hết ta chứng minh tam giác ANC đồng dạng với tam giác BHC .

+ ) Tứ giác NACE nội tiếp trong đường tròn =>AEN =ACN (1) ( cùng chắn cung AN )

và NAC + NEC = 2 v (2)

+) Tứ giác HBCE nội tiếp nên BEH = BCH ( 3 ) ( cùng chắn cung BH )

và HBC + HEC = 2 v (4) . Từ (1) và (3) ta có HCB = ACN và HBC = NAC .

Vậy tam giác ANC đồng dạng với tam giác BHC .Gọi r1 ; r2 lần l­ợt là bán kính vòng tròn nội tiếp hai

tam giác ANC và BCH . Khi đó  ( không đổi )

5.  Bổ đề: *Khoảng cách từ một điểm trên đ­ờng tròn đến đ­ờng thẳng qua hai tiếp điểm**của* *hai tiếp tuyến với đ­ường tròn là trung bình nhân khoảng cách từ điểm ấy đến 2 tiếp tuyến .*

Xét hai tiếp tuyến AB và AC , M(O)

Hạ các đ­ường vuông góc MK, MH, ML xuống các tiếp tuyến AB, AC và dây EF

( chắn cung ).

 (------------ )

Suy ra các tam giác MEN và MFH , MFN và MEK đồng dạng.

Từ đó  (1).

Bổ đề đ­ược chứng minh

Áp dụng (1), gọi a, b, c, d, e, f lần lượt là khoảng cách từ M

đến các đ­ường thẳng chứa cạnh BC, CA, AB, EF, FD, DE

của các tam giác ABC và DEF ta đ­ợc:   .

Nhân vế với vế của ba đẳng thức, suy ra điều phải chứng minh.